Ученые записки Таврического национального университета им. В.И. Вернадского
Серия «Философия. Социология» Том 17 №1 (2004) 16-22

УДК 161.2

В.Н. Николко

ПРИМИТИВНЫЕ ЛОГИКИ

Ожидалось, что предпринятое в «Проекте депсихизации логики» [3] расширение логики будет сопровождаться открытием новых классов логик. Так оно и получилось: *новизна* работы состоит в том, что предложено расширение символической логики, а задача: охарактеризовать предложенное расширение. В настоящее время можно говорить о примитивных, простых и логиках обстоятельств. Разумеется, выбор новых классов логик не завершен, но он уже решительно отличается от классов логик, известных Аристотелю или авторам символической логики XX века. Целью предлагаемой статьи является презентация широкой аудитории примитивных логик. Значение этого вида логик крайне велико – так называемая символическая логика, или логика XX века, оказывается их подмножеством.

Как многократно провозглашалось мной, логикой является множество элементов любой природы, в котором имеют место комбинационные, выводные или определительные процессы.

Пусть на некоторой плоскости нарисованы отдельные отрезки прямых и кривых линий или фигуры из таких отрезков. Если к тому же в этом множестве выделяются такие фрагменты, которые состоят из других, и если можно увеличивать число сложных по некоторым правилам и строить последовательности фрагментов, связанных этими правилами, то указанное множество полученных фигур и упомянутых последовательностей и есть примитивная логика. Рассмотрим примеры множеств, которые легко достраиваются до примитивных логик.

Пример 1. Имеем простые фрагменты: П, Δ, О, Z. Сложными будем считать фигуры, получаемые из простых путем приписывания к ним других простых в столбик. Так, $\begin{matrix}\text{П}\\ \Delta\end{matrix}$ - сложный фрагмент рассматриваемого нами множества. Примеры сложных фрагментов:

О О Δ

О Z Z и т.д.

О, О, Δ

Пример 2. Имеем в качестве простого фрагмента отрезок прямой. Сложные фрагменты множества образуются из прочих фрагментов путем приписывания к ним справа, в строчку, на расстоянии 2 мм любого другого фрагмента нашего множества. Нетрудно выстроить фрагменты вводимого множества: I, II, III, IIII, IIIII,...

Пример 3. Пусть простыми фрагментами множества будут следующие заглавные буквы латинского алфавита: A, B, C, D. Сложные фрагменты строятся по следующему правилу: если X, У – фрагменты рассматриваемого множества, то таковыми являются только следующие:

$(X \vee У)$, $(X \to У)$, $(X \wedge У)$, $\overline{X}$, $\overline{У}$

Пример 4. Пусть имеется язык, алфавит которого включает две буквы: а, в. Любой кортеж из букв а, в – слово. Никаких других слов нет. Получаемое указанным путем множество слов, таких как аав, авва, вава, ваавав и т.д., - естественно может быть достроено до логики в указанном выше смысле.

Обратим внимание: в приведенных множествах есть комбинационный процесс: сложные фрагменты упомянутых множеств - не что иное как комбинации простых или других сложных.

Из описаний приведенных примеров нетрудно также заключить, что для всех упомянутых множеств характерно правило построения одних фрагментов из других фрагментов. Например, правило построения в примере 1 таково: если X, У – принимаемые в множестве фрагменты, то принимаемыми будут фрагменты $\frac{X}{Y}$, $\frac{X}{Y}$.

В примере 3 правилом построения служит следующее утверждение: буквы A, B, C, D – непосредственно принимаемые фрагменты. Если X, У – принимаемы, то принимаемыми на их основе оказываются $(X \vee У)$, $(X \wedge У)$, $(X \to У)$, $\overline{X}$, $\overline{У}$, где $\wedge$, $\vee$, $\to$,-,) – выбранные наугад фигурки из отрезков линий на плоскости.

Указанных двух обстоятельств – наличия комбинаций и правила построения – достаточно для выводного, а при некоторых условиях и определительного процесса. В самом деле, ничто нам не запрещает следующим образом обобщить формальный вывод. Будем говорить, что фрагмент B в множестве примера 2 (в частности) выводим, если и только если можно построить последовательность C_1, C_2, C_3, ..., C_m, такую, что:

1. C_m есть B.
2. Каждое C_j есть фрагмент множества примера 2, принимаемый непосредственно или на основе предшествующих C_{j-1}, C_{j-2} и т.д.

Те элементы C_1, C_2,..., C_m, которые непосредственно принимаемы, образуют базу вывода B. Сама последовательность C_1, C_2, C_3, ..., C_m есть вывод B из соответствующей базы.

Достройка множеств других примеров до примитивных логик осуществима аналогичным образом при незначительных редакциях.

Пользуясь введенными определениями, построим выводы некоторых фрагментов в предложенных выше примерах.

Вывод IIIII в множестве примера 2:

1. I – принимается непосредственно
2. II – принимается на основе 1.
3. III – принимается на основе 2.
4. IIII – принимается на основе 3.
5. IIIII – принимается на основе 4.

6. ШШ – принимается на основе 5.

Вывод $A \to [B \vee (C \wedge \overline{D})]$:

1. A – непосредственно принимаемо.
2. B – непосредственно принимаемо.
3. C - непосредственно принимаемо.
4. D - непосредственно принимаемо.
5. $\overline{D}$ - принимаемо на основе 4.
6. $C \wedge \overline{D}$ - принимаемо на основе 5, 3.
7. $B \vee (C \wedge \overline{D})$ – принимаемо на основе 6, 2.
8. $A \to [B \vee (C \wedge \overline{D})]$ – принимаемо на основе 7, 1.

Теперь нетрудно охарактеризовать примитивные логики. Это:

- множества фигур на плоскости, разделенных на простые и сложенные из простых, а также их последовательности, среди которых выделяются такие, которые образуют выводы в указанном выше смысле.

Дадим обобщенное определение примитивных логик.

Назовем графом след от любого предмета на поверхности листа бумаги, песка, стекла, доски, стены и т. п.

Совокупность графов на какой-либо поверхности, разделенная на простые и сложные из простых – система.

Среди систем выделим линейные, строчные, т.е. такие, все элементы которых размещены в строчках. Для удобства в дальнейшем будем иметь дело со строчными системами.

Набор простых фрагментов системы образует алфавит. В этом аспекте простые фрагменты системы – буквы. Любая конечная последовательность букв в строчку – слово. Каждое слово является комбинацией букв и может быть построено путем подстановок или приписок к любой букве или слову, слева или справа, в строчку, любой буквы или слова системы.

Добавим к множеству слов последовательности слов. Среди последовательностей слов отберем такие, которые связаны между собой следующим правилом: всякое последующее слово получено из предыдущих

- подстановкой
- приписыванием справа или слева в строчку слов или букв к уже имеющимся в последовательности. Такие последовательности назовем выводами.

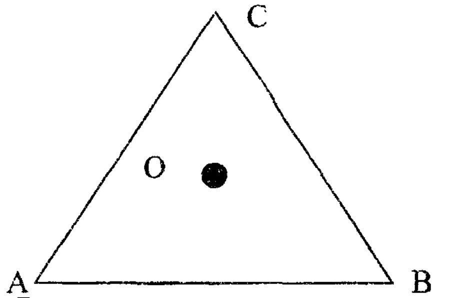
Системы графов с алфавитом, словарем, последовательностями слов и выводами являются примитивными, в нашем случае – линейными (строчными) логиками.

Нетрудно увидеть: большинство искусственных языков – примитивные логики. Естественные языки также являются примитивными логиками, обогащенными грамматиками-системами правил построение производных слов, предложений и т.д.

Среди примитивных логик наблюдаются пропозициональные логики.

ПРИМИТИВНЫЕ ЛОГИКИ С РАВЕНСТВАМИ

Если в какой-либо примитивной логике определено (действует) средство α (закон, субъект, сила и т.п.), которое переводит (превращает) всякий элемент, или всякую двойку (в общем случае всякую n-ку элементов) в отдельные элементы этой же логики, то будем говорить, что в логике действует операция α. Отношение между элементами, которые превращаются (переходят) благодаря α в другие элементы, будем записывать для одинарных операций как $\alpha(a) = b$, для бинарных – $\alpha(a, b)=c$ и т.д. Примитивные логики, в которых определена операция в указанном выше смысле, назовем примитивными логиками с равенствами. Так, рассмотрим всевозможные повороты правильного треугольника вокруг его центра O (рис. 1).



Выделим среди поворотов – повороты по часовой стрелке, повороты против часовой стрелки. Выделим среди всех возможных поворотов треугольника, которые переводят его в себя, а именно (рассматриваем случай поворотов по часовой стрелке): повороты на 120°, на 240°, на 360°, на 0° и все повороты, кратные указанным числам (120, 240, 360). Назовем положения, в которые переходит треугольник после указанных поворотов, нормальными состояниями треугольника C_1, C_2, C_3, ..., C_n, ... Это множество M. Особенность M в том, что каждый из его элементов можно получать кратным числом, сдвигая на 120° по часовой или против часовой стрелки, из любого другого элемента. Резонно назвать поворот на 120° по часовой стрелке операцией α, а против часовой стрелки α^{-1}. Операции α^{-1} можно назвать отрицанием α. Тогда множество M с операцией α и отрицанием ее образует примитивную логику, выводным процессом в которой служит процесс поворотов. Особенностью нашего множества является и то, что в нем имеет место тождество. Например, C_3 означает состояние треугольника после поворота его из начального C_0 на 240° по часовой стрелке.

Перед нами простейшая примитивная логика с равенством, в которой имеют место на основе поворотов комбинационные, выводные и определительные процессы.

Комбинационный процесс задается так:

1. Любое отдельное состояние – комбинация.
2. Если x – комбинация, то $\alpha(x)$ $\alpha^{-1}(x)$ – то же комбинация.
3. Никаких других комбинаций в M нет

Выводной процесс зададим так: X выводимо из A, если в M можно построить последовательность состояний C_1, C_2, C_3,..., C_m, такую, что любая C_j есть [illegible] A.

либо непосредственно следует из C_{j-1}. При этом х непосредственно следует из у, если и только если $\alpha(y)=x$.

Теорема: любое состояние выводимо из любого другого. X определимо в M, если в M найдется комбинация элементов, тождественная X.

Теорема: любое состояние определимо через любые другие. Логика хороша тем, что в ней вводима бинарная операция со свойствами умножения. Пусть α_1 – поворот на 120°, α_2 – на 240°, α_3 – на 360° и т.д. Тогда ясно, что $\alpha_1 \cdot \alpha_2 = \alpha_3$.

После всего этого в M можно построить группу.

ПРИМИТИВНАЯ ЛОГИКА КЭРРОЛЛА

У Л. Кэрролла встречается задача, которая в настоящее время является популярной полудетской игрой. Суть задачи такова. Берется какое-либо слово русского, например, языка, как правило, - существительное - река, Ока, береза, муха и т.п. Разрешается делать подстановки вместо одной буквы данного слова или других слов, принимаемых в задаче, на любую другую букву русского алфавита. При этом, если в результате подстановки получается значимое слово русского языка, то это слово разрешается вписать в реестр принимаемых слов. И так продолжается до тех пор, пока решающий не получит заранее заданное слово. Например, требуется превратить «Пену» в «Фому».

Пена Лапа Рама

Лена Лама Рома

Луна Мама Тома

Лупа Кама Фома

Или: превратить указанным путем «Репу» в «Рыбу».

Репа Раба

Рапа Рыба

Задачи Кэрролла завлекательны. Для нас важно, что способ отбора слов есть не что иное как обычный выводной процесс, и всякий процесс решение задачи – построение вывода в некоторой логике, которую мы назовем именем Кэрролла. Выделим, в соответствии с существующими логическими строгостями, структуру логики Кэрролла.

Элементами множества, которые входят в логику, являются слова разговорного русского языка. Можно точнее: имеется множество слов русского языка, собранных в «Толковом словаре» В.Даля. Правило вывода звучит так: если слово X – принимаемо, то принимаемым является слово из словаря Даля, получаемое из X в результате замены одной буквы на другую букву русского алфавита.

Выводом слова X из слова У будем называть последовательность слов C_1, C_2, …, C_m, в которой C_1 есть У, C_m есть X, а каждое промежуточное слово – из словаря Даля и получено на предшествующего посредством введенного выше правила.

Соответственно: X выводимо из У, если можно построить вывод X из У в указанных условиях (т.е. в словаре В. Даля).

Множество значимых слов русского языка, их последовательности, организованные в соответствии с указанным правилом вывода, будем называть логикой Кэрролла. Правило вывода назовем «правилом подстановки Кэрролла».

Задача. Вывести: «Толя» из «Река».

Ответ: Река > Рука > Руки > Рыки > Рыси > Рысь > Русь > Руль > Роль > Толь > Толя.

Среди логик Кэрролла имеются многочисленные синтаксические игры-задачи на построение последовательностей слов, связанных одинаковыми последней и начальной буквами, следующих одно за другим: Киев – Волгоград – Днепропетровск – Курск – и т.д.

* * * * * * *

Существует возможность сформулировать по отношению к примитивным логикам основные метапроблемы: аксиоматизации, разрешимости, полноты, независимости, непротиворечивости. Продемонстрируем это на примере вышевведенной логики Кэрролла.

Введем дополнительные определения. Будем считать каждое слово самого полного словаря русского языка принятым. Будем считать логику Кэрролла, построенную в множестве слов русского языка, разрешимой, если существует единый способ определения для каждого кортежа букв русского алфавита, является ли он принятым или нет. Очевидно, что логика Кэрролла разрешима: единый метод разрешение существует. Это – работа с полным словарем. Достаточно заглянуть в него и убедиться, есть ли в нем определяемый кортеж или нет.

Словарь русского языка аксиоматизируем средствами примитивной логики Кэрролла, если и только если в словаре найдутся слова, из которых выводимы посредством подстановки Кэрролла прочие слова полного словаря русского языка. Относительно того, аксиоматизируется ли словарь русского языка средствами примитивной логики Кэрролла, однозначного ответа нет. Но возможны некоторые развязки. Например – массив слов русского языка из четырех слов со структурой с-г-с-г, где г - гласная, с - согласная буква, скорее всего аксиоматизируем. Во всяком случае можно высказать гипотезу: все слова русского языка со структурой с-г-с-г – выводимы из слова «река». В своей практике я исключений не встречал.

Проблема полноты примитивной логики Кэрролла может быть сформулирована так: являются ли выводимыми все принятые слова русского языка и наоборот – все выводимые – принимаемыми из некоторого набора слов? В общем случае ответ отрицательный. Но для некоторых комплексов слов возможно положительное решение проблемы полноты.

Логику Кэрролла в массиве русских слов можно считать противоречивой, если выводимо непринимаемое слово. Впрочем, формулировка противоречивости может быть иной. Очевидно, что аксиоматизации русского языка упомянутыми средствами логик Кэрролла непротиворечивы. Наконец, проблема независимости исходных слов, служащих началами аксиоматизированного словаря русского языка в логике Кэрролла, имеет смысл и может быть поставлена на повестку дня. Назовем число букв в слове его размером. Размер слова «кит» - 3. Размер слова «рука» - 4. Размер слова «песок» - 5 и т.д. По формулировке выводного процесса ясно, что посредством принятого в логике Кэрролла правила вывода размерность слов изменить нельзя. Это означает, что при аксиоматизации русского языка в логике Кэрролла слова одного размера выводимы только из слов этого же размера. Иными словами, число аксиом-слов – не менее m, где m – размерность самого длинного слова русского языка.

Таким образом, несмотря на кажущуюся простоту, примитивные логики даже с минимальным числом операций демонстрируют многообразие логических свойств, отношений, характеристик, что ставит их в ряд логик, уже признанных мировым сообществом.

Список литературы

1. Кэрролл Л. История с узелками. – М.: Мир, 1973.
2. Кэрролл Л. Приключения Алисы в стране чудес. Алиса в зазеркалье. – М.: Пресса, 1992.
3. Николко В.Н. Проект депсихизации логики / Ученые записки ТНУ им. В. И. Вернадского. Том 15 (54). - №2. Философия. Социология. - Симферополь, 2002.

Поступило в редакцию 3.02.2004.