

УДК 16

## ОБОБЩЕННАЯ ФОРМУЛИРОВКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ

*Николко В.Н.*

*Вводится обобщенная формулировка определения, в основе которой лежит опыт определения чисел.*

*Ключевые слова: определение, определимость, аналитическая определимость*

**Предметом** исследования является обобщенная формула определения. **Цель:** обсудить способ определения, в отношении к которому определение через род и вид носит частный характер. **Новизна:** дана формулировка определения отдельного любой природы.

Поводом для написания предлагаемой статьи послужило обнаружение неопределимости некоторых фрагментов сознания классическим, казалось бы, универсальным способом определения понятий – через род и вид. Условно назовем такие фрагменты *модемами*. Вместе с тем, некоторые из *модем* успешно определяемы, но другими средствами. Существование, по крайней мере, двух способов определения ставит вопрос о взаимоотношении этих видов, в частности, вопрос о такой формулировке определений (мы называем ее обобщенной) по отношению к которой первые две формулировки оказываются частными. *Среди модем находятся числа.*

Назовем, в соответствии с отождествлением объекта формальной логики с внутренней речью, мышление человека математическим, если и только если оно представляет собой внутреннюю речь на языке, словарь которого состоит из натурального ряда чисел и сопутствующих им обстоятельств.

Сравнение фундаментальных форм математического мышления (чисел) и обычного речевого мышления в естественном языке (понятий) обнаруживает существенное различие между ними. С понятиями нельзя оперировать так, как с числами. Понятия – не числа, числа – не понятия.

Числа не могут определяться так, как определяют понятия. Классический способ определения понятий, или определения через род и видовое отличие, не применим к определению числа. Для этого достаточно обратить внимание на то обстоятельство, что числа лишены фундаментального свойства понятий, которое необходимо и достаточно для определения родовидовым способом. Речь идет об *объеме*. *Числа не имеют объемов*. Нельзя сказать, что число 2 бывает с разными вкусами, видами или какими-то специфическими характеристиками: 2 и 2,5 – разные числа и 2,5 не есть вид числа 2.

Вследствие указанного обстоятельства числа не могут пересекаться друг с другом, а также включать друг друга. Но они могут быть равными, одно больше другого, меньше другого. Число 5 не включает число 2, хотя 2 может быть

слагаемым 5. Нельзя сказать: число 5 есть  $3+2$ , где  $+$  - знак сложения. Но можно сказать, что  $3+2$  равно 5. Нелепо выглядит утверждение: 5 пересекается с 3.

В силу сказанного числа нельзя обобщать или ограничивать, что можно делать с понятиями, и что делается с понятиями в определениях родовидовым способом. Вместе с тем, числа находятся в характерных только для них отношениях, участвуют в характерных только для них операциях, имеют характерные только для них способы определения. Нетрудно установить способы определения чисел. Опыт невероятно большой. Рассмотрим шуточный пример определения чисел, осуществленный Витей Малеевым.

**Задача.** Однажды Витя Малеев получил в школе пять двоек подряд по пяти предметам. Дома после такого печального события Витя занимался очень усердно. Устал порядочно, но тут внезапно как-то сама по себе возникла у него забавная мысль: нельзя ли, оперируя пятью полученными двойками, соорудить все школьные оценки, включая единицу? Удалось! Смотрите:

$$1=2+2-2-\frac{2}{2}, \quad 2=2+2+2-2-2,$$

$$3=2+2-2+\frac{2}{2}, \quad 4=2 \cdot 2 \cdot 2-2-2,$$

$$5=2+2+2-\frac{2}{2}. \text{ При этом } =, +, -, \frac{x}{y}, \cdot \text{ - знаки равенства, суммы, вычитания,}$$

деления и умножения.

Ясно, что Вите Малееву удалось *определить* число школьных оценок в множестве  $\{2,2,2,2,2\}$  посредством известных арифметических операций (задача взята из [1, с.25-26]). Однако, Витя Малеев был упорным и попытался образовать (в нашей терминологии – определить) пятью двойками все порядковые числа от 1 до 26. При этом он употреблял только сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень и, где нужно, скобки [там же].

Решите, уважаемый читатель, предложенную Витей обычную задачу на определенность.

**Задача.** Пусть  $\Sigma_n$  – сокращенная запись суммы последовательных чисел от 1 до  $n$ , например  $\Sigma_2 = 1+2$  и т.д. Пусть, далее,  $n!$  – сокращенная запись произведения последовательных чисел от 1 до  $n$  включительно, например,  $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ . Предлагается составить (определить) число 100 из девяти подряд записанных чисел в виде:

а)  $1! 2! 3! 4! 5! 6! 7! 8! 9! = 100$ ;

б)  $\Sigma 1 \Sigma 2 \Sigma 3 \Sigma 4 \Sigma 5 \Sigma 6 \Sigma 7 \Sigma 8 \Sigma 9 = 100$ , где нельзя изменять расположения записанных чисел, но надо расставить в промежутках знаки сложения, вычитания, умножения и, если понадобится, знак деления и скобки так, чтобы образовались верные равенства [1, с.46]. Нетрудно видеть: определением целого числа  $X$  в множестве данных чисел  $M$  посредством разрешенных арифметических операций, согласно задаче «с Витей Малеевым», оказывается комбинация упомянутых чисел и операций, равная  $X$ . При этом комбинацией чисел и операций называется следующее.

1. Любое число из  $M$  – комбинация.

2. Если  $\xi, \psi$  – комбинации, а  $\alpha_i$  из разрешенных операций, то  $\alpha_i(\xi, \psi)$  – комбинация.
3. Равенство комбинаций – комбинация.
4. Никаких других комбинаций в обсуждаемом случае не рассматривается.

Конечно, рассмотрен случай целых чисел и арифметических бинарных операций. Однако, методология определения чисел, какими бы они ни были – та же самая, что и в случае с Витей Малеевым. Ярким примером определения в математике являются задачи на решение уравнений или систем уравнений. Как известно, решить уравнение (или систему уравнений) значит – определить те числа из некоторого заданного множества, которые будут удовлетворять уравнению (или системе уравнений). Математики говорят: уравнение или система уравнений разрешимы в множестве  $M$ , если в  $M$  найдутся значения неизвестного, удовлетворяющие уравнению (или системе уравнений). Разрешимость уравнения является синонимом определимости  $X$  в заданном множестве. Решение уравнения, т.е. поиск новых значений  $X$ , удовлетворяющих уравнению, – это определение  $X$  в заданном множестве посредством уравнения и разрешенных с ним действий. Само равенство  $X=a$ , где  $a$  есть число, превращающее уравнение в нуль, или решение, есть ни что иное как определение  $X$ . Такая двойная терминология связана с тем, что задачи на решение уравнений (или систем уравнений) оказываются частным случаем задач на определимость явлений окружающего мира и при философском рассмотрении должны быть обобщены в иной, принятой в философии, терминологии.

Опыт определимости основных терминов математики позволяет выделить в современной определительной практике основные компоненты – субъект определения (например, – Витя Малеев), множество элементов  $M$  (в примерах – числа) и действий с ними, в результате которых искомые числа оказались определимыми. Само же определение связывается с последовательностями действий с данными числами или равенствами до тех пор, пока образуется искомое (определяемое) число.

Представляется, что указанная методология определения чисел является более широко применимой, чем методология определения через род и вид. Ее, думается, можно взять за основу универсальной обобщенной формулировки определений, которая тезисно изложена ниже (Формулировка 1).

I. Основным философским вопросом любой теории определений является вопрос, что значит для некоторого  $X$  быть определимым? По-другому: когда в поисках определения  $X$  можно сказать, что мы этого уже достигли? В какую сторону и как нужно организовывать определительный процесс?

Или: Назовем обстоятельство « $X$  имеет определение» определимостью  $X$ . В чем сущность определимости? Что это значит для  $X$  и его окружения? В каком отношении к остальному миру должен находиться  $X$ , чтобы сказать, что  $X$  определимо, а нечто из окружения  $X$  или его содержания *определяет его*, и каково это определяющее хотя бы в общем виде?

Существует, по крайней мере, два подхода в толковании определимости. Согласно первому подходу, восходящему к Гегелю,  $X$  определимо, если и только если в мире существует особая, собственная, относящаяся только к  $X$  и ничему другому, функция  $X$  в *общем*, или *едином*, или *целом*. Это собственное,

предназначенное для  $X$  общим, целым, или единым, составляет содержание определения  $X$ , а его открытие и вербальное оформление – дефиниция  $X$ .  $X$  определимо в мире, если оно имеет предназначение в нем, исходящее от общего, целого и единого. В противном случае  $X$  неопределимо, неинтересно, находится на обочине, является маргинальным и ничего не значащим: оно пусто на уровне определения. Нет специального названия для указанного подхода. Но на то, что он существует и в некоторых случаях господствует в логике, указывает статус определения через род и вид как классического, сущность которого исключительно в том, чтобы подвести  $X$  под нечто общее, а лучше и, в конце концов, – всеобщее, а, значит, – единое, которое во многих философских системах оказывается еще и цельным. Определить  $X$  в рассматриваемом подходе – это:

- подвести  $X$  под общее, или
- увидеть  $X$  частью, стороной, аспектом некоторого целого; или
- открыть единение  $X$  с чем-то, которое все объединяет.

Определяющее здесь – общее, единое, целое. Именно эти «властители мира» деформируют, подчиняют, «ломают под себя», вкладывают свое содержание в определяемое, в частности,  $X$ .

Согласно второму подходу, названному мной аналитическим (2), определимость некоторого  $X$  есть его отношение к системе [MLП], включающей в себя множество  $M$ , множество  $L$  действий с фрагментами  $M$  по правилам  $P$ . Будем говорить, что  $X$  определимо в [MLП], если и только если:

1. существует (может быть построена, предъявима, открыта) последовательность  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , такая, что всякое  $C_j$  ( $j$  от 1 до  $n$ ) либо из  $M$ , либо получено из предшествующих членов этой последовательности (т.е.  $C_{j-1}, C_{j-2}$  и т.д.) с помощью операций из  $L$  по правилам  $P$ ;
2.  $C_n$  – последний член вышеупомянутой последовательности  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , если не содержит  $X$ , то равно, или тождественно, или равносильно, конгруэнтно или заменяет и т.д.  $X$ , хотя другие  $C_i$  ( $i$  от 1 до  $n-1$ ) могут содержать в себе  $X$ .
3. В случае, если  $C_n$  содержит  $X$ , то оно имеет вид  $X/V$ , где  $/$  - знак тождества, равенства, конгруэнтности и т.д., а  $V$  не содержит  $X$ .

Последовательность  $C_1, C_2, \dots, C_n$  уместно назвать процессом определения  $X$  в [MLП], а словесное выражение этого обстоятельства – дефиницией  $X$ .

II. Важнейшим вопросом всякой теории определений является вопрос о предмете определения – что определяется? Одни авторы признают определяемыми только понятия, другие – только имена, третьи считают возможным определять предметы, числа и т.п. Опыт философского обсуждения сущности определения подсказывает – *определяемо всякое отдельное к какой бы сфере окружающей действительности оно не принадлежало*. Естественно, при таком подходе толкование определения как «логической операции, заключающейся в придании точного смысла языковому выражению», как это сказано в [3, с.166], теряет смысл. Если В.Ф.Асмус в [4] говорит только об определении понятий, то даваемое им толкование определения не подходит к определению предметов, отличных от понятий. Поэтому в Формулировке 1 необходимо дать такое толкование определения, которое бы подходило к случаю определения и понятия, и имени, и предметов окружающей действительности.

III. В связи с II, определением вообще, или определением отдельного X, какой бы природы оно ни было, предлагается считать превращение некоторого материала M, отличного от X, средствами L в такое Z, которым заменяемо X. Факт заменяемости  $X'_a Z'_n$  будем записывать как X/Z. При этом, будем говорить, что Z заменяет X, если и только если подстановка Z вместо X во все или хотя бы одно вхождение X в некоторое целое не сказывается на качестве целого. Так, определением окружности как геометрического места точек на плоскости будет прочерчивание замкнутой кривой линии на бумаге вращением циркуля вокруг одной ножки на  $360^\circ$ . Так, определением окружности как понятия будет ограничение понятия «геометрическое место точек» посредством дополнения – «равноудаленных от некоторой точки на плоскости».

Сказанное о сущности определения решительно отличается от его традиционных толкований. Если традиционно определение понятия есть «формулирование в сжатой форме основного содержания понятий» [4, с.130], то в Формулировке 1 определение понятия есть формирование (воссоздание, производство) его содержания.

IV. В Формулировке 1 находит свое место определение через род и вид, но в несколько иной редакции: некоторое понятие A определимо в множестве понятий M, если и только если в M найдется Y, обобщающее A, но которое ограничивается рядом понятий  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$  из M до понятия  $C_{n+1}$ , совпадающего с A. Тогда выражение A есть Y, которое  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$  уместно назвать дефиницией A в множестве M посредством операций ограничения и обобщения.

Ясно, что понятие A неопределимо в M посредством операций обобщения и ограничения, если хотя бы одно из условий аналитической определимости не выполняется. Так случилось в знаменитой задаче Швейка об определении года смерти бабушки швейцара по характеристикам дома, в котором швейцар работает: «Стоит четырехэтажный дом, в каждом этаже по восьми окон, на крыше -- два слуховых окна и две трубы, в каждом этаже по два квартиранта. А теперь скажите, господа, в каком году умерла у швейцара бабушка?».

V. В Формулировке 1 четко прописывается структура всякого определения, независимо от того, какой предмет определяется. Определение – это всегда поэтапное превращение исходного материала посредством операций, осуществляемое природой самой по себе или с помощью субъекта.

Дефиниция 1. L процессом в некоторой системе [MLП] будем называть последовательность  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ , такую, что каждое  $C_i$  есть всегда фрагмент из M, либо получено из предшествующих ему  $C_{j-1}, C_{j-2}$  и т.д. членов последовательности действиями L по правилам P.

Ясно, что L-процессы – структура определения: история определений ключевых терминов науки – это история поэтапного уточнения содержания терминов в рамках L процессов.

VI. В Формулировке 1 видится широкое поле классификаций определений. Во-первых, определения классифицируются по предмету определения. Выделяется множество практических определений. Например, экспериментальные определения предмета X – это совокупность практических, предметных действий в условиях функционирования X, в результате которых X выделяется в «чистом виде»: без смешения с другим, без влияния другого и т.д. Или - технологическое определение

X в рамках некоторых возможностей производственного процесса заданного предприятия. Ясно, что в указанных случаях можно говорить о технологической определенности, о точности определений и т.д.

Во-вторых, определения классифицируемы по классам операций, а также по характеру формируемой в ходе определения последовательности. Так, в настоящее время важны программные определения тех или иных обстоятельств средствами электронно-вычислительной техники. Можно, например, определением X считать программу сборки X из и благодаря имеющейся системе программирования.

VII. В Формулировке 1 подчеркивается относительность определенности некоторого X: X может быть неопределимым в системе  $[M_1, L_1, P_1]$ , но определимо в системе  $[M_1, L_2, P_2]$  или в  $[M_2, L_1, P_1]$  и т.д. В этой связи важным оказывается часть теории определений, в которой речь идет о критериях A-определимости X: до того, как строить определение X средствами, скажем,  $[M_1, L_1, P_1]$  было бы хорошо как-то, по каким то, возможно, внешним качествам X или  $M_2$ , или  $L_1$  и т.д. знать о возможности - не возможности определения X в  $[M_1, L_1, P_1]$ . В истории отдельных наук сотни лет уходило на бесполезные попытки определения некоторого X имеющимися средствами. К примеру: имеется некоторая бесконечная последовательность убывающих дробей –  $1/2, 1/4, 1/8, 1/16$  и т.д. Вопрос – определима ли (конечна ли и какова сумма этой последовательности) сумма членов этой последовательности. Существует критерий определенности – сумма определима, если и только если для всякого, сколько угодно малого  $\xi$  найдется такое n, что разность n-ого (n+1) – ого членов меньше  $\xi$ .

Аналогично, выделены критерии определенности, скажем, корней системы линейных уравнений в радикалах из коэффициентов предложенной системы.

VIII. Есть еще одна сторона, или условие определенности, помимо того, что отмечено в VII: важно не просто определить X в некотором  $[MLP]$ , а определить X в некотором стандарте. Предположим, что есть набор стандартов определений, скажем, с разной степенью точности. Встает вопрос – определимо ли X во всех стандартах? Существует ли среди стандартов универсальный, т.е. такой, что если X определим в каком-либо стандарте, то он точно определим в универсальном? Очевидно, что мы выходим в Формулировке 1 на проблему разрешимости определений.

Отметим, что положениях I-VIII Формулировки 1 определений выделены важные, но не все характеристики аналитической определенности явлений окружающего нас мира.

### Список литературы

1. Кордемский Б.А., Ахадов А.А. Удивительный мир чисел: (Матем. головоломки и задачи для любознательных): Кн. для уч-ся / Б.А. Кордемский, А.А. Ахадов. – М.: Просвещение, 1986. – 144 с.
2. Николко В.Н. Аналитическая определенность явлений. Учебно-методические материалы/В.Н. Николко / Николко В.Н. – Симферополь, Изд-во ТНУ. – 2004. – 87 с.
3. Ивлев Ю.В. Логика: Учебник / Ю.В. Ивлев. – М.: Из-во Моск. ун-та, 1992. – 270 с.
4. Краткий словарь по логике / Д.П. Горский, А.А. Ивин, А.Л. Никифоров, под ред. Д.П. Горского. – М.: Просвещение, 1991. – 208 с.
5. Сарачева А.С. Факторы определенности / А.С. Сарачева // Уч. зап. ТНУ им. В.И. Вернадского. Серия «Философия. Социология». Том 21 (60). №4. – 2008. – С. 158-164.

**Николко В.М. Узагальнена формуліровка визначення** // Вчені записки Таврійського національного університету ім. В. І. Вернадського. Серія: Філософія. Культурологія. Політологія. Соціологія. – 2011. – Т. 24 (63). – № 1. – С. 258-264.

Вводиться узагальнена формуліровка визначення, в основу якої покладено досвід визначення чисел.

**Ключові слова:** визначення, визначенність, аналітична визначеність.

**Nikolko V.N. Generalized formulation for definition** // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. Series: Philosophy. Culturology. Political sciences. Sociology. – 2011. – Vol.24 (63). – №1. – P. 258-264.

It is given the generalized formulation for definition based on the experience of defying numbers.

**Key words:** definition, definiteness, analytical definiteness.

Статья поступила в редакцию 12.01.2011